Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine ganzheitliche Methode zur Simulation der instationären Wechselwirkungen zwischen Fluidenergiemaschinen und Anlagen entwickelt. Diese umfasst eine nichtreflektierende Randbedingung für eindimensionale numerische Domains sowie eine nichtreflektierende Kopplungsbedingung zur zeitechten Zwei-Wege-Kopplung von eindimensionalen und dreidimensionalen numerischen Domains. Mithilfe der entwickelten nichtreflektierenden Rand- und Kopplungsbedingung lässt sich sowohl der Einfluss akustischer Rückwirkungen angeschlossener Anlagen auf das Betriebsverhalten als auch die Pulsationsanregung von Fluidenergiemaschinen simulieren und analysieren.

Der Bedarf der Entwicklung einer nichtreflektierenden Randbedingung ergibt sich aus der Notwendigkeit bei bisherigen in der Literatur vorhandenen Konzepten, einen Kompromiss zwischen niedrigen Reflexionen einerseits und der Einhaltung eines geforderten Mittelwertes von Strömungsgrößen andererseits zu treffen. Durch Modifikation der etablierten nichtreflektierenden charakteristischen Randbedingung mittels Überlagerung eines geeigneten Filters im Zeitbereich wird eine neue filterbasierte nichtreflektierende Randbedingung entwickelt, mit der sich die beiden genannten Anforderungen gleichzeitig erfüllen lassen. Anhand umfangreicher Variationen der relevanten akustischen bzw. strömungsmechanischen und numerischen Parameter wird gezeigt, dass sich mit der neu entwickelten filterbasierten nichtreflektierenden Randbedingung eine erhebliche Reduktion von Reflexionen im Vergleich zu bisherigen Ansätzen nichtreflektierender Randbedingungen erreichen lässt, wobei gleichzeitig der vorgegebene Wert der Gleichgrößen eingehalten wird.

Die entwickelte nichtreflektierende Kopplungsbedingung wird zur Kopplung detaillierter dreidimensionaler Modelle zur Strömungssimulation von Fluidenergiemaschinen und reduzierter eindimensionaler Modelle zur Strömungssimulation von Rohrleitungssystemen konzipiert. Im Rahmen der Methodenentwicklung werden zunächst die grundlegenden Mechanismen zur Entstehung von Reflexionen an den Grenzflächen zwischen unterschiedlich diskretisierten, gekoppelten numerischen Domains anhand leitungsakustischer Betrachtungen theoretisch diskutiert. Es wird die Theorie abgeleitet, die Reflexionen an der Grenzfläche durch Anpassung der spektralen numerischen Fehler und damit der numerischen Impedanzen von gekoppelten Domains zu minimieren.

Zur Validierung der Theorie der numerischen Impedanzanpassung wird im Voraus eine Methode zur numerisch-experimentellen spektralen Fehleranalyse numerischer Schemata entwickelt und anhand analytischer Funktionale validiert. Anschließend wird bei umfassender Parametervariation mit sukzessiver Erhöhung der Komplexität der gekoppelten numerischen Domains der Einfluss der spektralen numerischen Fehler auf die auftretenden Reflexionen an der Kopplungsstelle untersucht. Es wird gezeigt, dass durch gezielte Anpassung numerischer Parameter in den gekoppelten Domains die Reflexionen an einer Kopplungsstelle minimiert werden können.

Abschließend werden generische Testfälle mit Kombination der nichtreflektierenden Rand- und Kopplungsbedingung simuliert. Anhand dieser Testfälle wird das Vorgehen bei der numerischen Impedanzanpassung demonstriert sowie die Anwendung der entwickelten Methoden in praktischen ingenieurtechnischen Problemstellungen veranschaulicht.

Abstract

In the present work an integral method for simulating transient interactions between fluid machinery and attached plants is developed. This method comprises a nonreflective boundary condition for onedimensional numerical domains as well as a nonreflective coupling condition for time synchronised two-way coupling of onedimensional and threedimensional numerical domains. By means of the developed boundary and coupling condition both the influence of acoustic feedback of attached plants onto the operating behaviour and the pulsation excitation of fluid machinery can be simulated and analysed.

The demand for the development of a new nonreflective boundary condition results from the necessity of existing concepts to make a compromise between low reflections on the one hand and the compliance with specified mean values of flow variables on the other hand. By modifying the established nonreflective characteristic boundary condition through superposition of a suitable filter in the time domain a new filterbased nonreflective boundary condition is developed, whith which both above-mentioned requirements can be fullfilled simultaneously. By means of comprehensive parameter variations it is shown that with the newly developed filterbased nonreflective boundary condition a significant reduction of reflections is achieved compared to existing approaches of nonreflective boundary conditions while specified values for the mean flow are closely adhered to at the same time.

The nonreflective coupling method is designed for coupling detailed threedimensional models for the flow simulation of fluid machinery and reduced onedimensional models for the flow simulation of piping systems. Within the scope of method development, at first the basic underlying mechanisms of emergence of reflections at an interface between differently discretised numerical domains are theoretically discussed based on duct acoustical considerations. A theory is derived, which states that reflections at an interface can be minimised by equalising the spectral numerical errors and thus the numerical impedances.

In advance to the validation of the theory of numerical impedance alignment a numerically-experimental method for spectral error analysis is developed and validated by means of analytic functionals. Subsequently the influence of spectral errors onto occurring reflections at an interface between numerical domains is investigated by means of comprehensive parameter variations while the complexity of the coupled domains is gradually increased. It is shown that interface reflections can be minimised by specific adjustment of numerical parameters.

Finally, generic test cases with both the nonreflective boundary and coupling condition combined are simulated. With these test cases the procedure of numerical impedance alignment is demonstrated and the application of the developed methods to practical engineering problems is illustrated.

1. Einleitung

Die Anforderungen an Fluidenergiemaschinen hinsichtlich Effizienz und Flexibilität nehmen aus ökologischen und ökonomischen Gründen kontinuierlich zu. Viele Maßnahmen zur Effizienzsteigerung von Strömungs- wie auch Verdrängermaschinen - bspw. geringere Spalte - führen jedoch tendenziell zu einer Erhöhung der Pulsationsanregung dieser Maschinen. Ebenso werden üblicherweise stärkere Pulsationen angeregt, wenn eine Fluidenergiemaschine nicht im Auslegungspunkt betrieben wird. Durch instationäre Wechselwirkungen mit angeschlossenen Anlagen können angeregte Pulsationen um ein Vielfaches verstärkt werden. Daraus resultieren anlagenseitig erhöhte Schallemissionen aufgrund erhöhter Rohrleitungsschwingungen. Diese können zu einer Beeinträchtigung bis hin zu einer Schädigung der Anlage führen. Gleichzeitig können erhöhte Pulsationen zu Störungen in der Prozesserfassung - bpsw. von Gasmengenmessgeräten - führen. Instationäre Wechselwirkungen von Maschinen und Anlagen können aber insbesondere auch Rückwirkungen auf die Maschine selbst ausüben. Teilweise werden diese bewusst ausgenutzt, wie bspw. bei Resonanzaufladung von Motoren. Im Allgemeinen sind derartige Rückwirkungen auf die Maschine jedoch störend, da sie zu unerwünschtem oder unerwartetem Maschinenverhalten bis hin zu Instabilitäten des Gesamtsystems führen können.

Aufgrund der bestehenden Notwendigkeit von Effizienz- und Flexibilitätssteigerungen und den daraus resultierenden erläuterten Problemen leitet sich der Bedarf ab, sowohl die Pulsationsanregung bestehender oder neu entwickelter Maschinen als auch insbesondere die instationären Wechselwirkungen zwischen Maschinen und Anlagen in einem möglichst frühen Entwicklungsstadium einer Maschine oder Anlage zuverlässig vorherzusagen. Die numerische Strömungssimulation ist aufgrund der stetig zunehmenden Verlässlichkeit und Abbildungsgüte numerischer Methoden bei gleichzeitig kontinuierlicher Zunahme von Rechenkapazitäten ein geeignetes Mittel. Gegenüber der experimentellen Untersuchung von Prototypen, zeichnen sich numerische Simulationen durch zeit- und kostengünstige Durchführung aus. Insbesondere bei großen und aufwändigen Maschinen oder komplexen Anlagen ist eine Erprobung von Prototypen mit vetretbarem Aufwand nicht oder kaum möglich.

Auch vor dem Hintergrund der hohen heutigen verfügbaren Rechenressourcen ist bei numerischen Simulationen die rechentechnische Effizienz eine wichtige Komponente. So lassen sich Fluidenergiemaschinen in Anlagen üblicherweise nicht mit vertretbarem Aufwand mit einem vollständig dreidimensionalen Modell simulieren. Ein - in der Literatur verfügbarer - Ansatz besteht darin, die Maschine - und damit die pulsationsanregenden Mechanismen - mit einem detaillierten dreidimensionalen Modell abzubilden, während die Anlage mit einem reduzierten eindimensionalen Modell dargestellt wird.

Dieser Ansatz wird in der vorliegenden Arbeit aufgegriffen mit dem Ziel, eine ganzheitliche Methode zur Simulation von Fluidenergiemaschinen und Anlagen unter vollständiger Erfassung der instationären Wechselwirkungen zu entwickeln. Dies umfasst eine nichtreflektierende Kopplungsbedingung zwischen detaillierten dreidimensionalen und reduzierten eindimensionalen numerischen Domains sowie eine nichtreflektierende Randbedingung für numerische Domains.

Gegenüber bisher vorhandenen Ansätzen zur Kopplung multidimensionaler Domains soll die neu entwickelte Kopplungsmethode die Entstehung von numerisch induzierten Reflexionen an der Grenzfläche unterschiedlicher numerischer Domains anhand der ursächlichen Mechanismen vermeiden bzw. minimieren. Daher werden zunächst möglichst allgemeingültige Einflussparameter auf Reflexionen an einer Kopplungsstelle erarbeitet. Die darauf aufbauende Methode soll zudem derart allgemein formuliert sein, dass sie auf beliebige numerische Schemata anwendbar ist. Die zu entwickelnde nichtreflektierende Randbedingung soll minimale Reflexionen bei gleichzeitiger Vorgabe der mittleren Strömungsgrößen am Rand einer numerischen Domain ermöglichen. Diese Erfordernis ergibt sich aus der Tatsache, dass eine numerische Domain räumlich begrenzt ist und an den Grenzen Randbedingungen vorgegeben werden müssen. Aufgrund der reflektierenden Eigenschaften von Neumann- oder Dirichlet-Randbedingungen ist eine nichtreflektierende Randbedingung erforderlich, um numerisch induzierte Reflexionen an den Grenzen numerischer Domains zu vermeiden. Die Notwendigkeit bei bisherigen Ansätzen nichtreflektierender Randbedingungen, einen Kompromiss zwischen geringen Reflexionen und einer genauen Vorgabe gemittelter Größen zu treffen, soll möglichst vermieden werden, so dass beide Anforderungen erfüllt werden.

2. Grundlagen

Im nachfolgenden Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten Grundlagen der Strömungsmechanik dargelegt. Zunächst werden die vollständigen strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen präsentiert und erläutert. Anschließend werden die in der Akustik üblichen vereinfachenden Annahmen sowie exakte Elementarlösungen der akustischen Grundgleichungen vorgestellt. Des Weiteren werden elementare Zusammenhänge der spektralen Analyse numerischer Ansätze zur approximativen Lösung der vollständigen Erhaltungsgleichungen vorgestellt.

2.1. Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik

Die Grundgleichungen der Strömungsmechanik sind Erhaltungsgleichungen. Die Erhaltungsgrößen sind die Masse m, der (vektorielle) Impuls $\vec{I}$ sowie die Energie E. Zunächst wird die integrale Form der Erhaltungsgleichungen in Euler'scher Betrachtungsweise dargelegt.
Die integrale Massenbilanz für ein beliebiges, ortsfestes Kontrollvolumen V ergibt sich zu

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \, dV = - \oint_S \rho \vec{c} \vec{n} \, dS. \tag{2.1}$$

Der Term auf der linken Seite beschreibt die zeitliche Änderung der Masse in dem betrachteten Kontrollvolumen. Da Massequellen nicht existieren und Massetransport im Kontinuumsbereich ausschließlich konvektiv stattfindet, befindet sich auf der rechten Seite lediglich ein Term, welcher die konvektiven Massenflüsse über die Grenzfläche S des Kontrollvolumens V umfasst. [Hir07]

Ein mit Strömungsgeschwindigkeit transportierter Impuls stellt einen konvektiven Impulstransport dar. Nach Newton sind Impulsquellen als Kräfte aufzufassen, die sich wiederum in interne und externe Kräfte unterscheiden lassen. Interne Kräfte heben sich innerhalb eines Kontrollvolumens gegenseitig auf, so dass Impulsquellen durch den Spannungszustand auf der Oberfläche definiert werden. Die Oberflächenkräfte ergeben sich aus dem hydrostatischen Druck p sowie dem Spannungstensor $\mathcal{T}$, der Normal- und Schubspannungen enthält. Der durch Schubspannungen hervorgerufene Transport von Impuls quer zur Strömungsrichtung lässt sich dabei als Impulsdiffusion auffassen. Die externen Kräfte (oder Volumenkräfte) $\vec{F}_V$, wie beispielsweise die Gravitationskraft, wirken im gesamten Volumen und werden daher über das Kontrollvolumen integriert. Somit wird die integrale Impulserhaltung beschrieben durch [Hir07]

$$\frac{\partial \vec{I}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \, \vec{c} dV = - \oint_S \rho \, \vec{c} \, (\vec{c} \cdot \vec{n}) \; dS - \oint_S p \cdot \vec{n} \, dS + \oint_S \mathcal{T} \cdot \vec{n} \, dS + \int_V \vec{F}_V dV \tag{2.2}$$

Energie kann sowohl konvektiv als auch diffusiv transportiert werden. Konvektiver Energiefluss repräsentiert mit dem Fluid tranportierte Energie, diffusiver Energiefluss entspricht Wärmeleitung und tritt (in Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit k) auf, falls ein räumlicher Temperaturgradient $\vec{\nabla}T$ existiert. Da Kräfte in Verbindung mit räumlicher Verschiebung Arbeit verrichten, treten diese als Quellen in der Energierhaltung auf. Unter zusätzlicher Berücksichtigung potentieller Wärmequellen $\dot{q}$ ergibt sich die Energieerhaltung zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho e_t \, dV = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \left(u + \frac{\vec{c}^2}{2}\right) dV \\ &= -\oint_S \rho e_t \, \vec{c}\cdot\vec{n}\, dS + \oint_S k\vec{\nabla}T \cdot \vec{n}\, dS + \oint_S \left(-p\cdot\vec{c} + \mathcal{T}\cdot\vec{c}\right)\cdot\vec{n}\, dS + \int_V \vec{F}_V \cdot \vec{c}\, dV + \int_V \dot{q} dV \end{aligned} \tag{2.3}$$

Die spezifische Gesamtenergie e_t lässt sich dabei als Summe aus innerer Energie u und kinetischer Energie $\frac{\vec{c}^2}{2}$ ausdrücken.

Mit Hilfe des Gauss'schen Integralsatzes lassen sich die Oberflächenintegrale in Volumenintegrale überführen. Für ein infinitesimal kleines Volumen lässt sich somit die lokale, differentielle Form der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie formulieren [Hir07]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\vec{c}\cdot\vec{\nabla}\right)\rho + \rho\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{c}\right) = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \rho\vec{c}}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\left(\rho\vec{c}\otimes\vec{c} + pI - \mathcal{T}\right) = \vec{F}_V \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \left(\vec{c}\cdot\vec{\nabla}\right)\rho u = -p\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{c}\right) + \vec{\nabla}\cdot\left(k\vec{\nabla}T\right) + \epsilon_v + \dot{q} \tag{2.6}$$

In Gl. (2.5) steht das I für den Einheitstensor. Die Energiegleichung ist in Form der inneren Energie aufgeführt. Der Term ϵ_v repräsentiert dabei Dissipation infolge von Reibung.

Um das Gleichungssystem der Erhaltungsgleichungen zu schließen, werden zwei weitere Gleichungen benötigt. Für ideale Gase eignet sich dazu beispielsweise die thermische Zustandsgleichung idealer Gase

$$\frac{p}{\rho} = RT \tag{2.7}$$

sowie die kalorische Zustandsgleichung für ideale Gase

$$du = c_v \cdot dT\,. \tag{2.8}$$

Dabei steht R für die spezifische Gaskonstante und c_v für die isochore Wärmekapazität des betrachteten Gases.

2.2. Ebene Wellentheorie

In vielen Teilbereichen der Strömungsmechanik werden vereinfachte Gleichungssysteme betrachtet, wenn einige Effekte dominant und andere Effekte vernachlässigbar sind oder mit Modelltermen abgebildet werden können. Dadurch können in vielen Fällen mit analytischen Mitteln ausreichende Näherungslösungen für gegebene Probleme gefunden werden. In der Akustik kann oft-